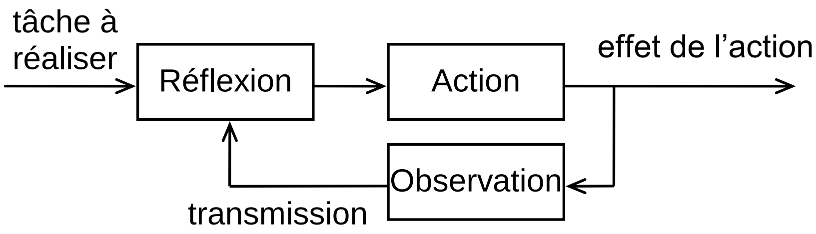
1. Présentation des systèmes bouclés

Asservir consiste à automatiser une tâche. Le domaine d'étude des asservissement s'appelle **l'automatique**. On parle aussi de **servomécanisme** (servo-., du latin servus, «esclave»)

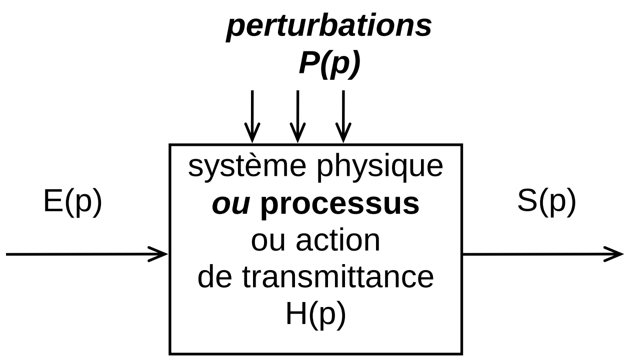


Les systèmes asservis sont très répandus,
voici des exemples :

- ⇨ <u>le corps humain</u> :
  la régulation en température,
  la régulation de la pression artérielle,
  de la concentration du sang, du rythme cardiaque, la conduite automobile, …
- ⇨ <u>en domotique</u> : la régulation en température du chauffage, du réfrigérateur, du congélateur, d'un four, …, à l'aide d'un thermostat, la régulation de l'humidité du terreau en jardinage, …
- ⇨ dans <u>le domaine industriel</u> : la tension secteur maintenue à 230V / 50 Hz, la pression, la vitesse de translation ou de rotation, la position, la température, le débit, le niveau d'un liquide, le pH, …
- ⇨ dans <u>les transports</u> : sur un navire, dans un avion, … les automatismes sont nombreux.

1.1. *insuffisances d'un système commandé en boucle ouverte*

Prenons l'exemple du chauffage d'une salle. Un simple robinet sur un radiateur ne suffit pas pour maintenir la température constante puisqu'il suffit d'ouvrir une porte pour la dérégler.
L'ouverture de la porte est appelée **perturbation** du système physique .
Un système physique doit satisfaire à des exigences liées au rendement et à la sécurité.



<u>Qualités demandées en régime transitoire</u> :

la rapidité est définie par le temps de réponse à 5% : $t_{r5\%}$

la stabilité, il y a-t-il des oscillations ? Quelle est la valeur du coefficient d'amortissement m, … ?

<u>Qualités demandées en régime permanent</u> :

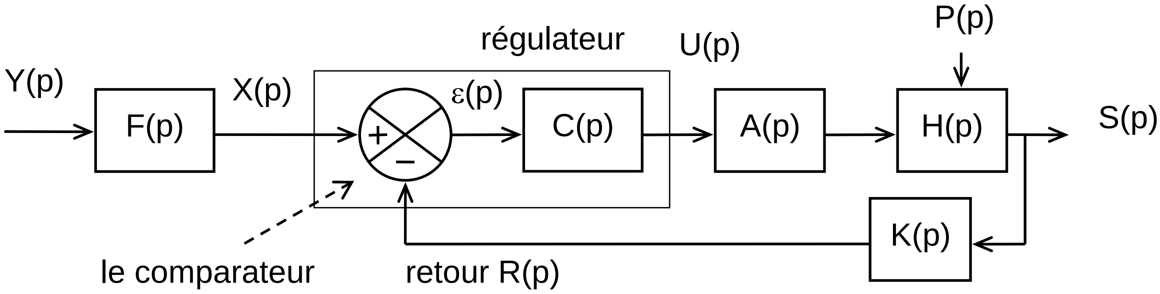
la précision est définie par **l'erreur** : $\varepsilon = \lim_{t \to +\infty} e(t) - s(t)$ (rappel : ε se lit epsilon)

la fidélité est liée au vieillissement du système et donc difficile à définir
la sensibilité augmente si H augmente. Par exemple la sensibilité s d'un voltmètre analogique est défini par la tension minimale produisant la plus petite déviation mesurable ; s se chiffre en V / division. Pour un moteur la sensibilité peut s'exprimer en tr/min par volt, pour un capteur de température, en °C / V.

Le problème est que ces qualités recherchées sont souvent contradictoires.

1.2. le schéma bloc d'un système bouclé

Le diagramme en début de chapitre peut être perfectionné :



Y(p) est la grandeur de **consigne**, de référence, suivant les cas.

F(p) est **l'organe d'affichage** (c'est un potentiomètre le plus souvent) délivrant

la **grandeur d'entrée** X(p)

ε(p) est la **grandeur d'erreur** $\varepsilon(p) = R(p) - X(p)$

où R(p) est la **grandeur de retour**.

Le **comparateur** élabore la tension d'erreur ε(p) et est suivi dans les asservissement élaborés par un **correcteur** C(p) proportionnel, intégral et dérivé (réalisé à l'aide de filtres).

U(p) est la tension de **commande**, sous entendu, du processus.

A(p) est appelé **actionneur**, c'est un système d'amplification,

H(p) est le **processus** (moteur, vérin, …).

P(p) désigne les perturbations. Pour un moteur il peut s'agir du couple résistant, de la charge.

K(p) est la **chaîne de retour** . C'est un capteur de position (potentiomètre), de vitesse (dynamo tachymétrique), de température, … délivrant le plus souvent une tension électrique.

1.3. Classification des systèmes asservis

Un **asservissement** a une **consigne variable**, faisant évoluer le point de fonctionnement du processus en dépit des perturbations.

Une **régulation** a une **consigne constante** ou évoluant par paliers.

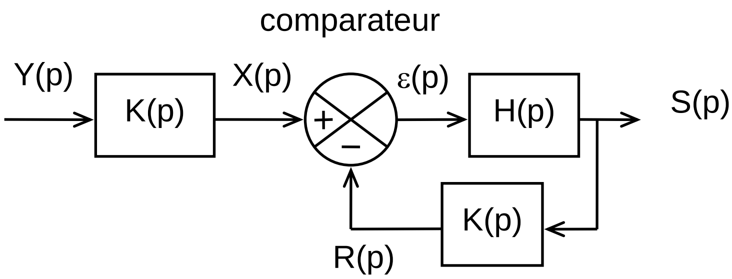
Un régulateur est soit analogique, **système asservis linéaires continus**
soit numérique : **système asservis linéaires échantillonnés** constitués de convertisseurs CAN et CNA et d'un calculateur numérique programmable.

Les **régulateurs TOUT OU RIEN** sont les régulateurs les plus simples. La grandeur de commande ne prend que deux valeurs permettant deux fonctionnement du processus :
la marche et l'arrêt.

1.4. les fonctions de transfert des systèmes et leurs représentations

a) fonctions de transfert en boucle fermée $T_{bf}(p)$ ou FTBF

Simplifions le synoptique de la boucle fermée en prenant
C(p) = 1, A(p) = 1, P(p) = 0.
Remarquons que l'organe d'affichage a nécessairement la même fonction de transfert que le capteur :
$K(p) = \frac{X(p)}{Y(p)} = \frac{R(p)}{S(p)}$

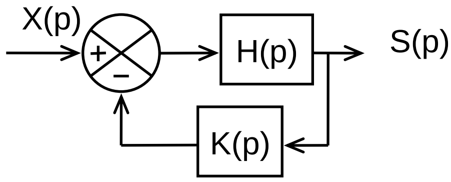


On obtient le **schéma fonctionnel** ci-contre permettant d'écrire :
(la démonstration est rendue plus claire en n'écrivant pas la variable opérationnelle p)

$$\begin{cases} \varepsilon = X - R \quad (1) \\ S = H \cdot \varepsilon \quad (2) \\ R = K \cdot S \quad (3) \end{cases} \Rightarrow \text{(1) et (3) dans (2) donne } S = H \cdot (X - R)$$

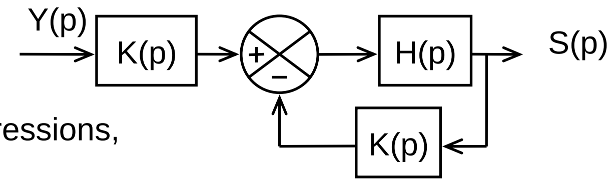
➔ $S = H \cdot (X - K.S)) = H.X - H.K.S \Rightarrow S + H.K.S = H.X \Rightarrow S\,(1 + H \cdot K) = H \cdot X$

$$\Rightarrow \boxed{T_{bf}(p) = \frac{S(p)}{X(p)} = \frac{H(p)}{1 + H(p) \cdot K(p)}} \quad (1)$$



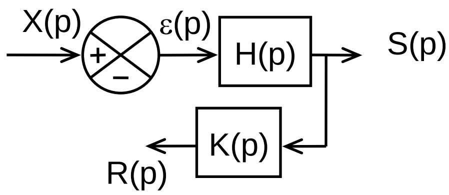
comme X(p) = Y(p) . K(p), on peut aussi écrire

$$\boxed{T_{bf}(p) = \frac{S(p)}{Y(p)} = \frac{H(p) \cdot K(p)}{1 + H(p) \cdot K(p)}} \quad (2)$$



La transmittance en boucle fermée $T_{bf}(p)$ a deux expressions,
(1) s'il n'y a pas d'organe d'affichage.

b) fonction de transfert en boucle ouverte $T_{bo}(p)$ ou FTBO



par définition $\mathbf{T_{bo}(p)} = \frac{R(p)}{\varepsilon(p)} = H(p) \cdot K(p)$ (3)

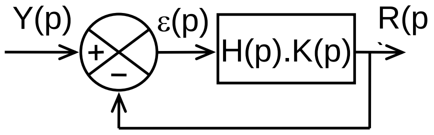
c) la formule de Black : fonction de transfert en boucle fermée $T_{bf}(p)$ ou FTBF

La formule de Black est une expression simplifiée de la FTBF qui ne dépend que de la FTBO,

elle déduite des relations (3) et (2) $\boxed{T_{bf}(p) = \frac{S(p)}{Y(p)} = \frac{H(p) \cdot K(p)}{1 + H(p) \cdot K(p)} = \frac{\mathbf{T_{bo}(p)}}{\mathbf{1 + T_{bo}(p)}}}$ (4)

ce qui justifie qu'il suffit d'étudier la FTBO pour connaître et modifier les propriétés de la FTBF

d) le système réduit



Si K(p) = 1 et H(p) = T_{bo}(p) la relation (2) devient

$$T_{bf}(p) = \frac{S(p)}{Y(p)} = \frac{H(p)}{1 + H(p)} = \mathbf{\frac{T_{bo}(p)}{1 + T_{bo}(p)}}$$

e) représentations de la FTBO

Pour l'étude des qualités d'un asservissement, on s'intéresse donc à la transmittance en boucle ouverte T_{bo}(p). Cela permet une étude préliminaire pour éviter un défaut destructif lors du bouclage.

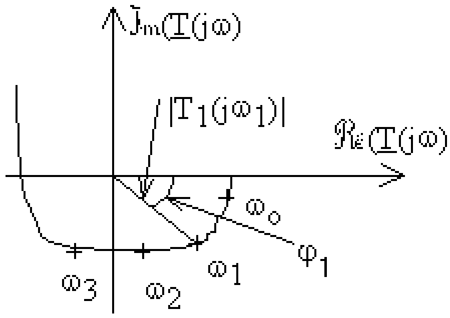
La FTBO peut être définie des différentes façons suivantes.

- **L'expression mathématique** : $T_{bo}(p) = K \dfrac{(p - z_1)\,(p - z_2)\,(p - z_3)\ldots\,(p - z_n)}{(p - p_1)\,(p - p_2)\,(p - p_3)\ldots\,(p - p_m)}$

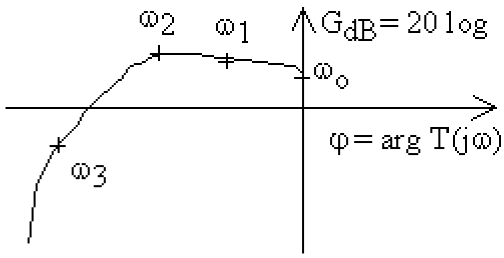
  s'il y a m pôles et n zéros.

- **Le diagramme de Bode** est la représentation du **gain G_{dB}** = 20 log |$\underline{T}$ (jω)| et de l'**argument** φ = arg $\underline{T}$(jω) en fonction de la **fréquence f ou ω** = 2πf en échelle logarithmique.

- **Le diagramme de Nyquist** est la représentation paramétrée en ω de la fonction de transfert $\underline{T}$(jω) où on fait correspondre à $\underline{T}$(jω) un point d'**abscisse** égale à la **partie réelle** de $\underline{T}$(jω) : $\mathcal{R}e$ ($\underline{T}$(jω)) et d'**ordonnée** égale à la **partie imaginaire** de $\underline{T}$(jω) : $\mathcal{I}m$ ($\underline{T}$(jω))



- **Le diagramme de Black** est la représentation paramétrée en ω de la fonction de transfert $\underline{T}$ (jω) où on fait correspondre à $\underline{T}$ (jω) un point d'**abscisse** égale à l'argument de $\underline{T}$(jω) : φ = arg $\underline{T}$(jω), et d'**ordonnée** égale au gain de $\underline{T}$(jω) : **G_{dB}** = 20 log |$\underline{T}$(jω)|.

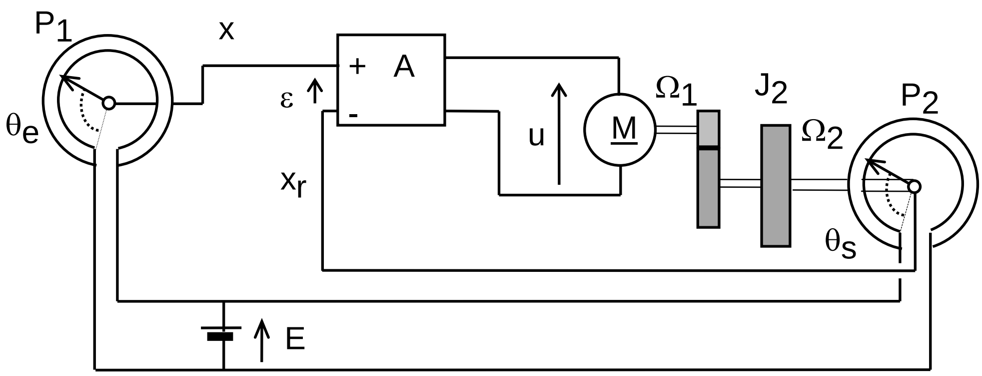


f) on peut déterminer graphiquement la FTBF à l'aide de l'abaque de Black-Nichols

2. Asservissement de position

concerne aussi les systèmes suiveurs et les servomécanismes.

2.1. schéma du dispositif étudié



Lorsque les curseurs sont dans la même position, $x = x_r$ et $\varepsilon = 0$ puis $u = 0$, le moteur est à l'arrêt.

Si $\theta_e > \theta_s$, $\varepsilon > 0$, $u > 0$ et le moteur tourne dans le sens positif, jusqu'à ce que $\theta_e = \theta_s$.

Si $\theta_e < \theta_s$, $\varepsilon < 0$, $u < 0$ et le moteur tourne dans l'autre sens, jusqu'à ce que $\theta_e = \theta_s$.

2.2. les constituants du système

- **le potentiomètre d'entrée** P_1 délivre une tension $x(t) = k\,\theta_e(t)$

  où k vaut par exemple $\frac{E}{2\pi}$ V/rad ou $\frac{E}{360}$ V/°
- **le potentiomètre de recopie** P_2 délivre une tension $x_r(t) = k\,\theta_s(t)$
- **l'amplificateur de différence A** produit la tension de commande du moteur u(t)

  $u(t) = A[x(t) - x_r(t)]$
- **le réducteur de vitesse** (chapitre sur les systèmes linéaires) a un rapport de transformation

  $$\mathbf{m = \frac{C_2}{C_1} = \frac{\Omega_1}{\Omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{R_2}{R_1}} \text{ où}$$

  C_1 et C_2 sont les moments des couples en N.m,

  les fréquences n_1 et n_2 en tr/min

  sont proportionnelles aux vitesses angulaires Ω_1 et Ω_2 en rad/s ($n = 60\,\frac{\Omega}{2\pi}$)

  d_1 et d_2 sont les nombres de dents des engrenages, R_1 et R_2 sont les rayons des poulies,
- **le passage de la vitesse Ω (rad/s) à l'angle de déviation θ (position en radians)**

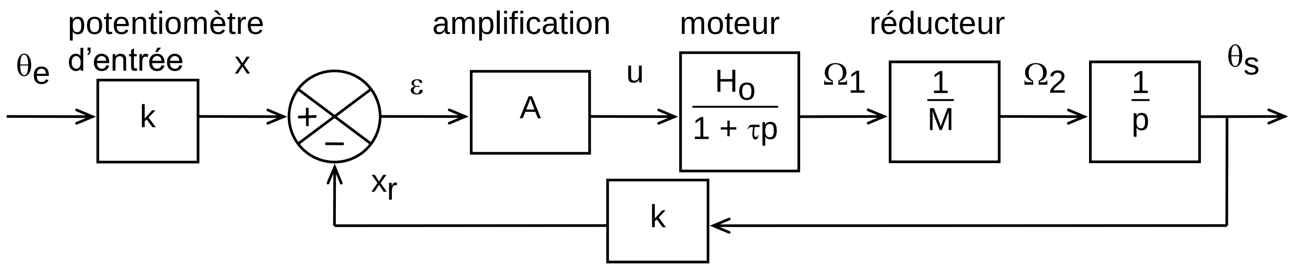
  est donné par la relation différentielle $\Omega(t) = \frac{d\theta}{dt}$ qui se transforme en $\Omega(p) = p\,\Theta(p)$.
- **le moteur <u>M</u>** a une transmittance du premier ordre (on néglige donc l'inductance de l'induit) dont on rappelle les expression trouvées au chapitre précédent :

  $T(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{H_o}{1 + \tau p}$ où le gain statique vaut $H_o = \frac{K}{K^2 + R f}$

  et la constante de temps $\tau = \frac{R J}{K^2 + R f}$.

  K est la constante du moteur, R, la résistance de l'induit, f, le coefficient de frottement visqueux et J, le moment d'inertie de la partie tournante.

2.3. le schéma fonctionnel et la transmittance de la boucle fermée



En boucle ouverte,

$$T_{bo}(p) = \frac{X_r(p)}{\varepsilon(p)} = A \cdot \frac{H_o}{1+\tau p} \cdot \frac{1}{M} \cdot \frac{1}{p} \cdot k = \frac{T_o}{p\,(1+\tau p)} \quad \text{où} \quad T_o = \frac{A.H_o.k}{M}$$

En boucle fermée,

$$T_{bf}(p) = \frac{\Theta_s(p)}{\Theta_e(p)} = \frac{T_{bo}(p)}{1+T_{bo}(p)} = \frac{1}{\frac{1}{T_{bo}(p)}+1} = \frac{1}{\frac{p\,(1+\tau p)}{T_o}+1} = \frac{1}{1+\frac{1}{T_o}p+\frac{\tau}{T_o}p^2}.$$

C'est un système du deuxième ordre, comme l'était déjà la boucle ouverte.
Par identification avec la transmittance canonique on peut écrire que

$$\frac{1}{\omega_o^2} = \frac{\tau}{T_o} \quad \text{et} \quad \frac{2m}{\omega_o} = \frac{1}{T_o}$$

La pulsation propre est $\omega_o = \sqrt{\frac{T_o}{\tau}}$ et le coefficient d'amortissement $m = \frac{1}{2\sqrt{T_o.\tau}}$.

Remarquons aussi que le seul paramètre qu'on peut régler est l'amplification A.

<u>Exemple numérique</u> :

- Le moteur a comme paramètres nominaux : 30 V, 7,5 A, 130 W,
  la résistance de l'induit vaut R = 0,76 Ω et sa constante est K = 0,1 V/ rad/s.
  Le moment d'inertie du rotor du moteur est $J_m = 0{,}008$ kg.m^2
  et le moment d'inertie du rotor accouplé à sa charge est $J_{total} = 0{,}010$ kg.m^2 .
- Les frottements visqueux sont négligés, donc f = 0.
- Le réducteur a un rapport de réduction de m = 100. La tension E est de 5 V.

On peut vérifier **<u>les résultats</u>** suivants, si on accepte un **dépassement de 20%** :

$k = 0{,}8$, $\tau = 0{,}76$, $T_o = 0{,}8$ A , $\omega_o = 0{,}324\sqrt{A}$

comme $d = 100 \exp\left(\frac{-\pi m}{\sqrt{1-m^2}}\right)$, m = 0,455 qui est finalement obtenu pour une amplification A = 20 et on a alors $\omega_o = 1{,}45$ rad/s, $f_o = 0{,}24$ Hz, $T_o = 3{,}5$ s et $t_r5\% = 0{,}85$ s .

Remarquer que **si on augmente A**, $T_o = \frac{A.H_o.k}{M}$ augmente, $\omega_o = \sqrt{\frac{T_o}{\tau}}$ augmente,

mais le coefficient d'amortissement $m = \frac{1}{2\sqrt{T_o.\tau}}$ diminue et avec lui la stabilité du montage.

2.4. La précision ε

La précision est définie par la valeur $\lim\limits_{t\to+\infty} \varepsilon(t) = \lim\limits_{t\to+\infty} [\,\theta_e(t) - \theta_s(t)\,]$

et est appelée **l'erreur statique $\varepsilon = \theta_e - \theta_s$**.

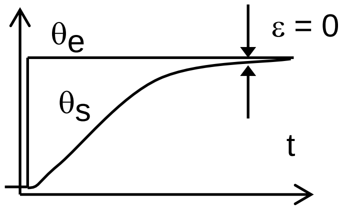
- **Appliquons à l'entrée un échelon $\theta_e(t) = \theta_o\,\Gamma(t)$** appelé aussi **échelon de position**.

  L'erreur se calcule à l'aide du théorème de la valeur finale :

  $$\lim_{t\to+\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p\to 0} p.\,\varepsilon(p) = \lim_{p\to 0} p.\,[\,\theta_e(p) - \theta_s(p)\,] = \lim_{p\to 0} p.\,\theta_e(p)\,[\,1 - T_{bf}(p)\,]$$

  $$= \lim_{p\to 0} p.\,\theta_e(p)\,\left[\,1 - \frac{T_{bo}(p)}{1+T_{bo}(p)}\right] = \lim_{p\to 0} p.\,\theta_e(p)\left[\frac{1+T_{bo}(p)-T_{bo}(p)}{1+T_{bo}(p)}\right]$$

  ➔ $$\boldsymbol{\varepsilon(t) = \lim_{p\to 0} p.\,\frac{\theta_e(p)}{1+T_{bo}(p)}}$$, résultat général, qu'on réutilisera.

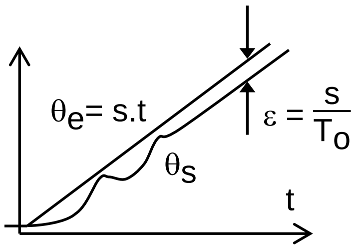
  

  $\theta_e(t)$ étant un échelon de poids θ_o , $\theta_e(p) = \dfrac{\theta_o}{p}$, il reste donc

  $\lim\limits_{t\to+\infty} \varepsilon(t) = \lim\limits_{p\to 0} \dfrac{\theta_o}{1+T_{bo}(p)} = 0$ puisque $T_{bo} \to +\infty$ lorsque $p \to 0$.

  L'asservissement a une **erreur statique nulle**.

- **Appliquons à l'entrée une rampe $\theta_e(t) = s\,.\,t\,\Gamma(t)$** où s est la pente (slope en anglais), appelé aussi **échelon de vitesse ou rampe de position**.

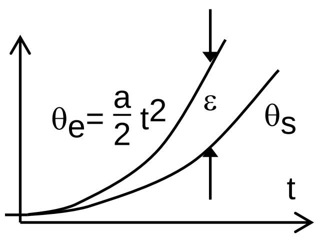
  $\theta_e(p) = \dfrac{s}{p^2}$,

  alors $\lim\limits_{t\to+\infty} \varepsilon(t) = \lim\limits_{p\to 0} p.\dfrac{s}{p^2\left(1+\dfrac{To}{p(1+\tau p)}\right)} = \dfrac{s}{T_o}$

  c'est **l'erreur de traînage ou erreur de vitesse** qui est constante.

- Appliquons à l'entrée une parabole $\theta_e(t) = \dfrac{a}{2}\,t^2\,\Gamma(t)$ où a est l'accélération,

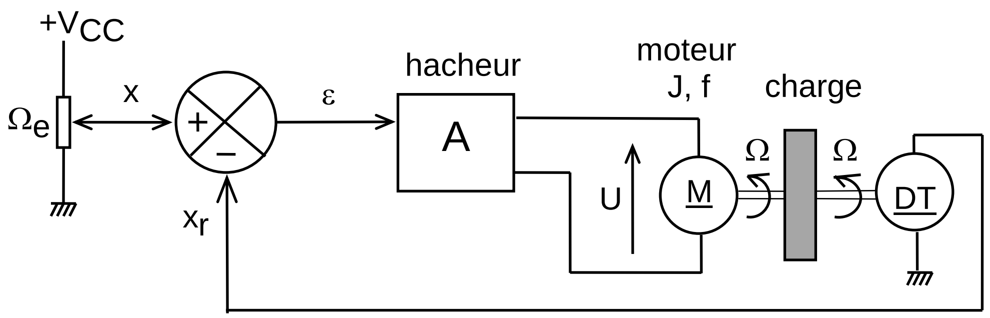
  appelé aussi **échelon d'accélération ou rampe de vitesse**.

  D'une manière identique à ce qui précède on montre que l'erreur statique est infinie. L'asservissement doit être corrigé.
  Au bout d'un certain temps, il ne donne plus du tout en sortie ce qu'on lui demande à l'entrée.

3. La régulation de vitesse d'un moteur à courant continu

3.1. schéma du dispositif étudié



Lorsque $x = x_r$, $\varepsilon = 0$, l'amplificateur de puissance A délivre une tension $U = U_O$.
Le moteur tourne à la vitesse angulaire $\Omega = \Omega_O$.

Si la vitesse du moteur augmente sans que la consigne x soit modifiée,
$\Omega > \Omega_O$, $x_r > x$, $\varepsilon < 0$ et A délivre une tension inférieure à U_O et le moteur ralenti.

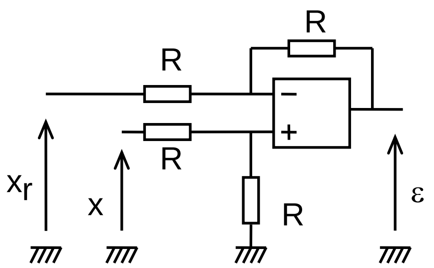
Si la vitesse du moteur diminue sans que la consigne x soit modifiée,
$\Omega < \Omega_O$, $x_r < x$, $\varepsilon > 0$ et A délivre une tension supérieure à U_O et le moteur accélère.

3.2. les constituants du système

3.2.1. le potentiomètre de consigne : délivre une tension $x = k\,\Omega_e$.

3.2.2. le comparateur

le comparateur est un montage soustracteur de tension à amplificateur opérationnel dont la tension de sortie vaut $\varepsilon = x - x_r$.



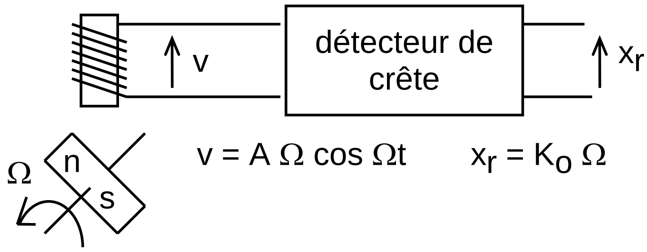
3.2.3. le capteur de vitesse

est soit électromagnétique soit à impulsions.

C'est l'occasion de faire l'inventaire des différents systèmes existants utilisés dans l'industrie.

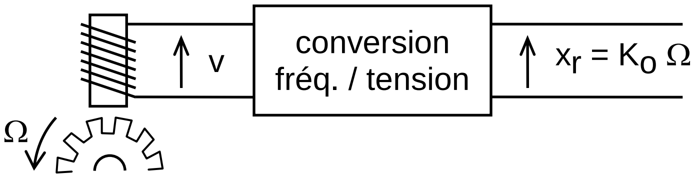
- **la dynamo tachymétrique DT** :
  Une dynamo désigne une machine à courant continu fonctionnant en génératrice à flux constant. Tournant à la fréquence Ω (tr/min ou tr/s), il produit une force électromotrice (f.é.m.) $x_r = E = K\,\Omega$, donc proportionnelle à la fréquence de rotation.
  La commutation des balais ou des charbons sur les lames du collecteur, ainsi que le redressement des f.é.m. de chaque conducteur de l'induit, sont à l'origine des ondulations et des nombreux parasites dont est affecté la tension produite. Il est donc souvent nécessaire de filtrer cette f.é.m. à l'aide d'un montage passe-bas.

- **le générateur à courant alternatif** :
  un aimant permanent tourne à la fréquence Ω à mesurer.
  En supposant que la bobine induite embrasse un flux purement sinusoïdal $\Phi = \Phi_o \sin \Omega t$,
  le force électromotrice induite vaut, au signe près,
  $e = \frac{d\Phi}{dt} = \Phi_o \Omega \cos \Omega t$.
  La fréquence Ω est donnée par l'amplitude de cette tension.



- **le générateur tachymétrique à réluctance variable** :

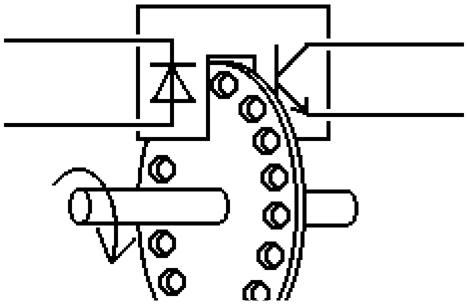
  Les dents de la roue dentée métallique renforcent le champ magnétique produit par un aimant permanent lorsqu'ils passent devant le noyau ferromagnétique de la bobine induite.
  La conversion fréquence / tension se fait, à l'aide soit d'un monostable, soit d'un compteur numérique.



  Ce principe de f.é.m. induite rappelle le fonctionnement du micro de la guitare électrique : la corde métallique se rapproche et s'éloigne du noyau aimanté d'une bobine.

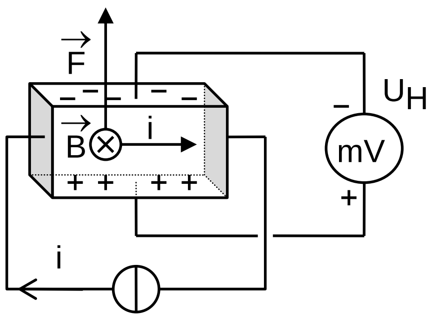
- **le tachymètre optique** :

  La partie tournante à la fréquence Ω à mesurer est solidaire d'un disque à trous. Les trous sont placés dans un optocoupleur.
  À chaque passage, le phototransistor délivre une impulsion v.
  Un module de conversion fréquence / tension donnera la tension souhaitée, $x_r = K_o\,\Omega$.



- **le tachymètre à sonde à effet Hall** :

  La sonde à **effet Hall** délivre une tension $\mathbf{U_H = K\,i\,B}$ proportionnelle à l'intensité du champ magnétique B appliqué perpendiculairement au courant constant i qui la traverse.
  La **partie tournante** dont on veut capturer la fréquence de rotation doit donc comporter une **zone aimantée**.
  Cette dernière, en passant devant la sonde à effet Hall, sera à l'origine d'une variation de la tension U_H.
  Un module de conversion fréquence / tension donnera la tension $x_r = K_o\,\Omega$.



3.2.4. le moteur M

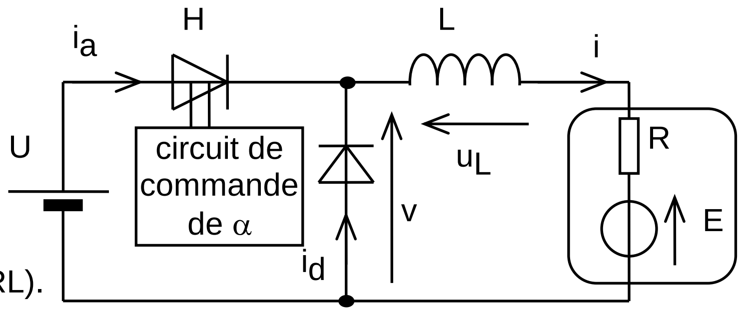
Le moteur M a une transmittance du premier ordre (on néglige donc l'inductance de l'induit) dont on rappelle encore les expression trouvées au chapitre précédent :

$T(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{H_o}{1 + \tau\, p}$ où le gain statique vaut $H_o = \frac{K}{K^2 + R\, f}$

et la constante de temps $\tau = \frac{R\, J}{K^2 + R\, f}$.

K est la constante du moteur, R, la résistance de l'induit, f, le coefficient de frottement visqueux et J, le moment d'inertie de la partie tournante.

3.2.5. l'amplificateur de puissance est souvent un **montage hacheur série**, dévolteur on rappelle le principe et les qualités :



Le moteur à courant continu en rotation est simulé par le dipôle r, E.

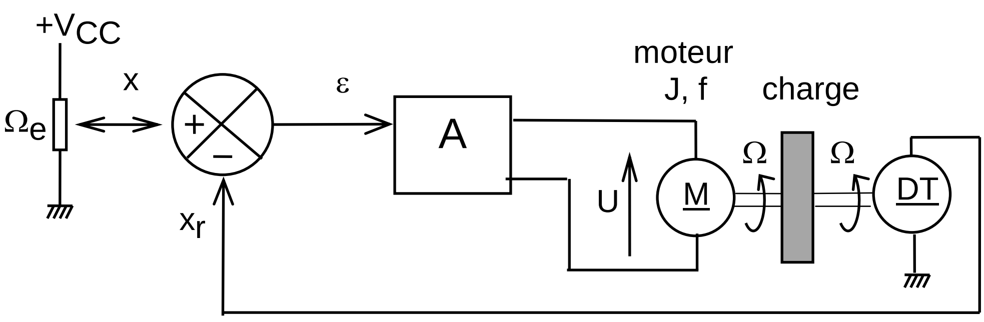
La bobine L est appelée **bobine de lissage**.

La diode est une **diode de roue libre** (DRL).

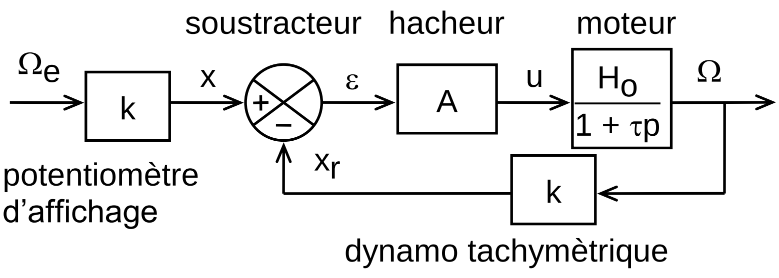
L'interrupteur électronique désigné par H est un transistor et parfois un thyristor.
La tension de **commande** $e_c(t)$ est un signal rectangulaire de **rapport cyclique α variable**.

La condition $\frac{L}{R}$ >>T la période de hachage impose un courant i(t) ininterrompu et positif et pratiquement constant $i = \langle i \rangle = \frac{\alpha U - E}{R}$.

3.3. schéma fonctionnel du système réduit et transmittances

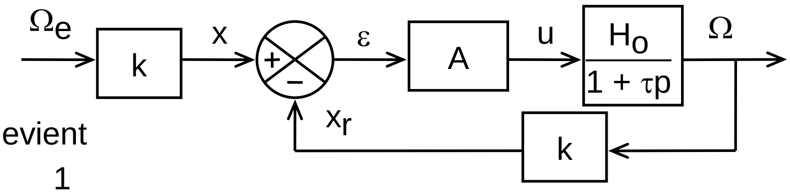


se traduit par le diagramme suivant :



La **transmittance en boucle ouverte** vaut

$$T_{bo}(p) = A.\frac{H_o}{1+\tau p}.k = \frac{A\,H_o\,k}{1+\tau p} = \mathbf{\frac{T_o}{1+\tau p}}$$



et la **transmittance en boucle fermée** devient

$$T_{bf}(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_e(p)} = \frac{X_r(p)}{X(p)} = \frac{T_{bo}(p)}{1+T_{bo}(p)} = \frac{1}{1+\frac{1}{T_{bo}(p)}}$$

$$= \frac{1}{1+\frac{1+\tau p}{T_o}} = \frac{T_o}{T_o+1+\tau p} = \frac{\frac{T_o}{1+T_o}}{\frac{1+T_o}{1+T_o}+\frac{\tau}{1+T_o}p} = \mathbf{\frac{T_o'}{1+\tau' p}} \text{ où } \mathbf{T_o' = \frac{T_o}{1+T_o}} \text{ et } \mathbf{\tau' = \frac{\tau}{1+T_o}}.$$

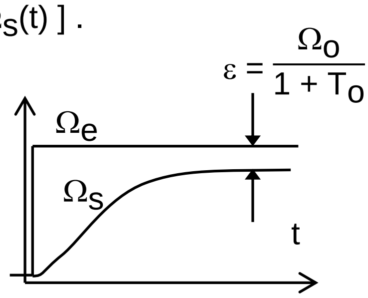
La FTBO est du premier ordre et la FTBF aussi !

<u>3.4. stabilité</u> : comme pour tous les systèmes du premier ordre, la stabilité est assurée.

<u>3.5. précision</u>

La précision est **l'erreur statique** $\boldsymbol{\varepsilon} = \lim\limits_{t\to+\infty} \varepsilon(t) \mathbf{=} \lim\limits_{t\to+\infty} [\,\Omega_e(t) - \Omega_s(t)\,]$.

- **Appliquons à l'entrée un échelon $\boldsymbol{\Omega_e(t) = \Omega_o\,\Gamma(t)}$.**



L'erreur se calcule à l'aide du théorème de la valeur finale :

$$\varepsilon = \lim_{t\to+\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p\to0} p.[\Omega_e(p) - \Omega_s(p)] = \mathbf{\lim_{p\to0} p.\frac{\Omega_e(p)}{1+T_{bo}(p)}},$$

résultat trouvé au paragraphe précédent.

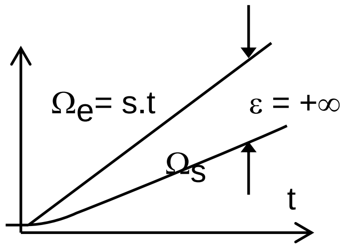
$\Omega_e(t)$ étant un échelon de poids Ω_o, $\Omega_e(p) = \frac{\Omega_o}{p}$, il reste donc $\varepsilon = \lim\limits_{p\to0} \frac{\Omega_o}{1+T_{bo}(p)}$.

Puisque $T_{bo} \to T_o$ lorsque $p \to 0$. L'asservissement a une **erreur statique** $\frac{\Omega_o}{1+T_o}$.

L'erreur statique peut être diminuée en augmentant l'amplification A. Comme elle ne peut pas être annulée, on ajoute souvent un intégrateur. Le système devenant un deuxième ordre, l'inconvénient est que le système peut devenir instable.

- **Appliquons à l'entrée une rampe $\boldsymbol{\Omega_e(t) = s.t.\Gamma(t)}$** où s est la pente.

$\Omega_e(p) = \frac{s}{p^2}$,



$$\text{alors } \lim_{t\to+\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p\to0} p.\frac{\Omega_e(p)}{1+T_{bo}(p)}$$

$$= \lim_{p\to0} p.\frac{s}{p^2}.\frac{1}{\left(1+\frac{T_o}{1+\tau p}\right)}$$

$$= \lim_{p\to0} \frac{s}{p}.\frac{1}{1+T_o} = +\infty.$$