

Avantages par rapport au monophasé

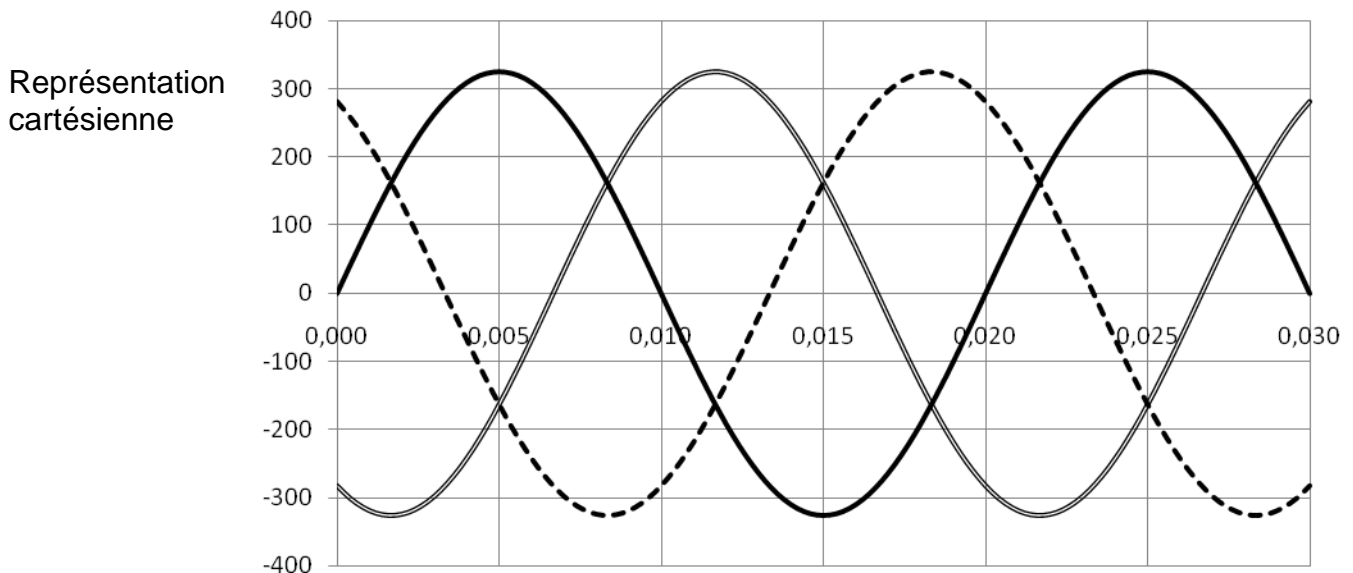
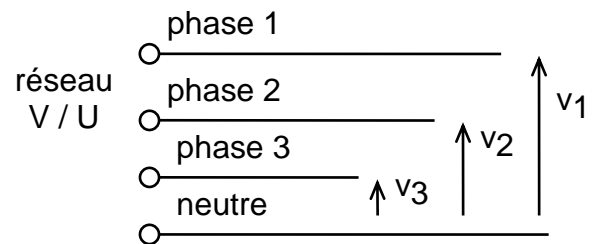
- Les **machines triphasées ont des puissances supérieures** de plus de 50% aux machines monophasées de même masse et donc leurs prix sont moins élevés (le prix est directement proportionnel à la masse de la machine).
- Lors du transport de l'énergie électrique, il y a **moins de pertes** en triphasé.

1. Les tensions simples $v_1(t)$, $v_2(t)$ et $v_3(t)$

La distribution se fait à partir de quatre bornes :

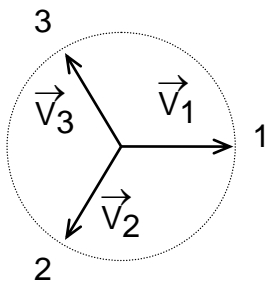
- Trois **bornes de phase** repérées par 1, 2, 3 ou A, B, C ou R, S, T et une borne **neutre** N.

Les tensions simples sont les tensions mesurées **entre phase et neutre**.



Elles ont même amplitude mais elles sont **déphasées de $\frac{2\pi}{3}$ ou 120°** .

Représentation vectorielle



Expressions mathématiques

$$\begin{aligned} v_1(t) &= V \sin \omega t \\ v_2(t) &= V \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \\ v_3(t) &= V \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \end{aligned}$$

Expressions complexes

$$\begin{aligned} \underline{V}_1 &= [V ; 0 \text{ rad}] \\ \underline{V}_2 &= [V ; -\frac{2\pi}{3}] \\ \underline{V}_3 &= [V ; +\frac{2\pi}{3}] \end{aligned}$$

Le réseau triphasé est **équilibré direct** : v_1 , v_2 et v_3 ont même amplitude et se suivent dans le sens trigonométrique. Il suffit d'inverser 2 phases pour avoir le sens indirect.

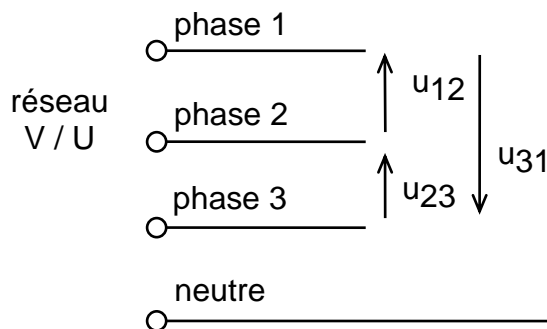
2. Les tensions composées

Les tensions composées sont les tensions mesurées entre phases.

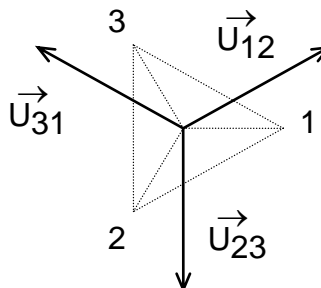
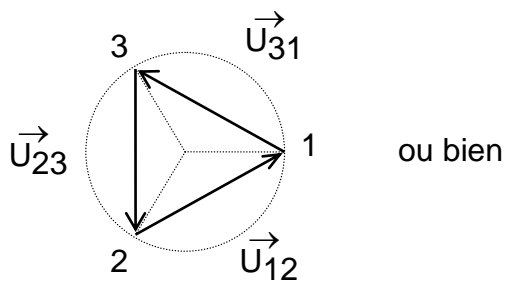
$$u_{12} = v_1 - v_2$$

$$u_{23} = v_2 - v_3$$

$$u_{31} = v_3 - v_1$$



Représentations vectorielles



les tensions composées ont même amplitude

déphasées de $\frac{2\pi}{3}$ ou 120° , elles forment aussi un système triphasé équilibré.

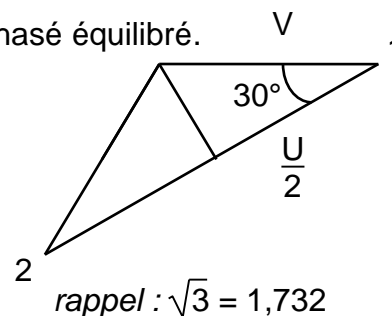
On retient que

$$U = \sqrt{3} V$$

démonstration :

$$\frac{U}{2} = V \cos 30^\circ = V \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{U}{2} = V \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow U = V \sqrt{3}$$

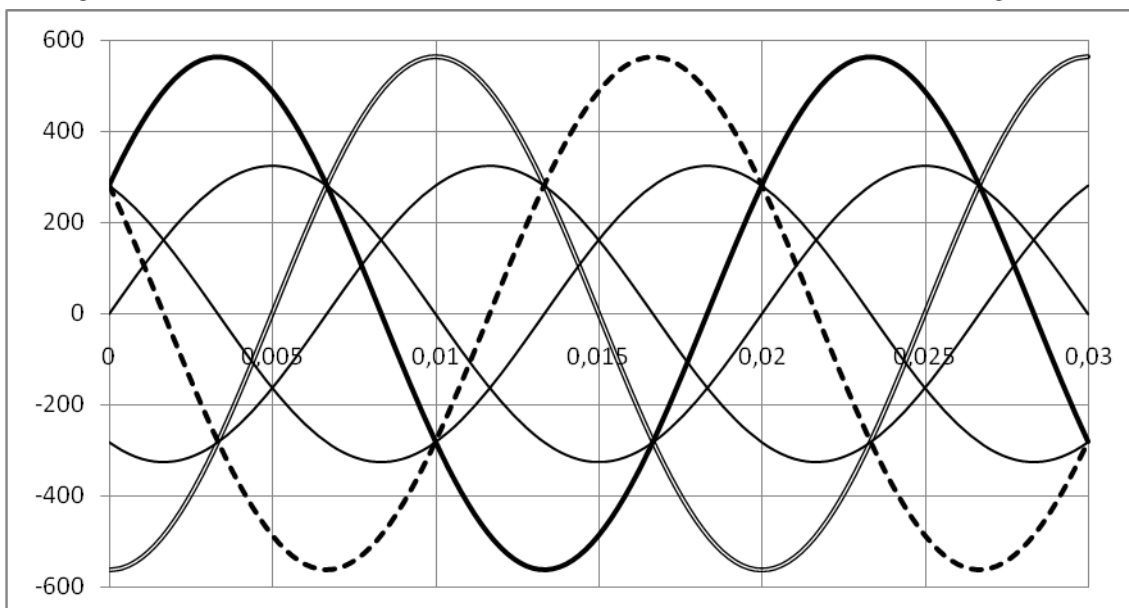


et après le diagramme vectoriel on a les expressions complexes

$$\underline{U}_{12} = [U ; +\frac{\pi}{6}]$$

$$\underline{U}_{23} = [U ; -\frac{\pi}{2}]$$

$$\underline{U}_{31} = [U ; +\frac{4\pi}{3}]$$



3. Les différents couplages

vocabulaire :

Récepteurs triphasés : ce sont des récepteurs constitués de trois éléments identiques, d'impédance Z , ils sont **équilibrés** si les trois éléments sont identiques.

Courants en ligne : c'est le courant dans les fils du réseau triphasé.

Symbole : I

Courants par phase ou dans un enroulement : c'est le courant qui traverse les éléments Z du récepteur triphasés.

Symbole : J

a) le couplage étoile avec neutre

Les tensions aux bornes de chaque récepteur sont les tensions simples,

et, comme **les courants en ligne I_1 , I_2 et I_3** sont les courants dans les récepteurs,

$$\underline{V}_1 = \underline{Z}_1 \cdot I_1$$

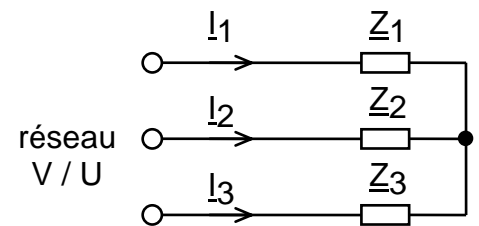
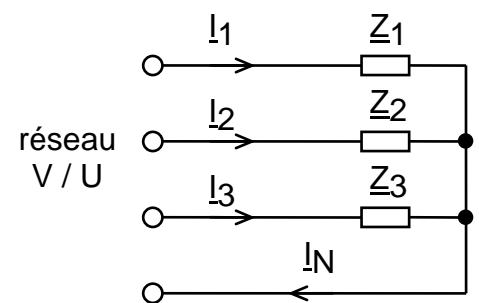
$$\underline{V}_2 = \underline{Z}_2 \cdot I_2$$

$$\underline{V}_3 = \underline{Z}_3 \cdot I_3$$

$$I_N = I_1 + I_2 + I_3$$

Pour un montage équilibré, on a $I_1 + I_2 + I_3 = 0$

En cas de déséquilibre, le noeud n'est plus au potentiel du neutre.



b) le couplage triangle

Chaque récepteur est soumis à une tension composée.

Les courants en ligne I_1 , I_2 et I_3

produisent

les **courants dans les récepteurs J_{12} , J_{23} et J_{31}** .

D'où les relations

$$\underline{U}_{12} = \underline{Z}_{12} \cdot \underline{J}_{12}, \underline{U}_{23} = \underline{Z}_{23} \cdot \underline{J}_{23} \text{ et } \underline{U}_{31} = \underline{Z}_{31} \cdot \underline{J}_{31};$$

$$I_1 = J_{12} - J_{31}, I_2 = J_{23} - J_{12} \text{ et } I_3 = J_{31} - J_{23};$$

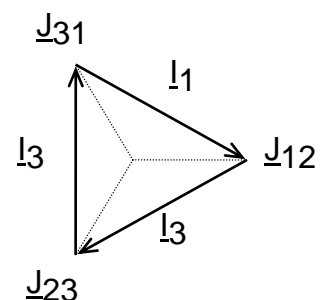
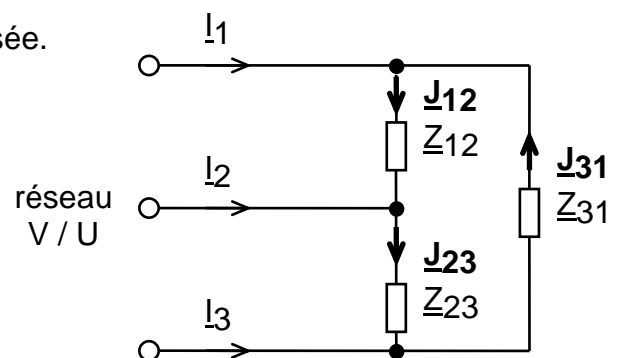
$$I_1 + I_2 + I_3 = 0.$$

Pour un **montage équilibré**,

les courants en ligne et les courants dans les récepteurs ont même amplitudes.

Le diagramme vectoriel montre que

$$I = J\sqrt{3}$$



4 La puissance en triphasé

a) **Le montage est équilibré**, calculons la puissance reçue par chaque récepteur :

φ est toujours le déphasage introduit par le récepteur, à savoir $\varphi = \varphi_V - \varphi_i$ en couplage étoile et

$\varphi = \varphi_U - \varphi_j$ en couplage triangle ;

- en couplage étoile $P_1 = P_2 = P_3 = V I \cos \varphi$

$$\Rightarrow P = 3 V I \cos \varphi \text{ et comme } V = \frac{U}{\sqrt{3}} \text{ il vient } P = \sqrt{3} U I \cos \varphi ;$$

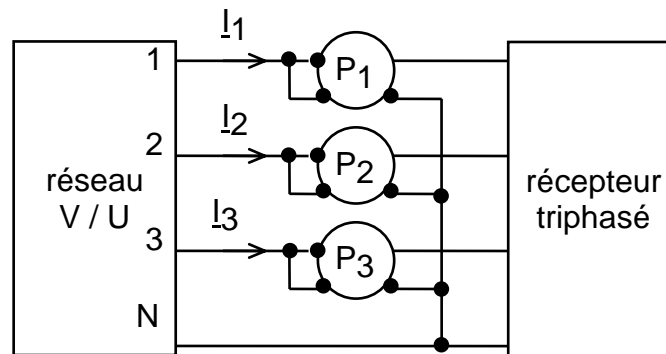
- en couplage triangle $P_1 = P_2 = P_3 = U J \cos \varphi$

$$\Rightarrow P = 3 U J \cos \varphi \text{ et comme } V = \frac{U}{\sqrt{3}} \text{ il vient } P = \sqrt{3} U I \cos \varphi ;$$

C'est la même relation avec U, tension entre phases et I, courant en ligne, grandeurs qui sont toujours accessibles.

$$P = \sqrt{3} U I \cos \varphi \quad Q = \sqrt{3} U I \sin \varphi \quad S = \sqrt{3} U I$$

b) **La méthode des trois wattmètres** est nécessaire en régime déséquilibré



Si le montage est équilibré un seul wattmètre suffit et $P = 3 P_1$.

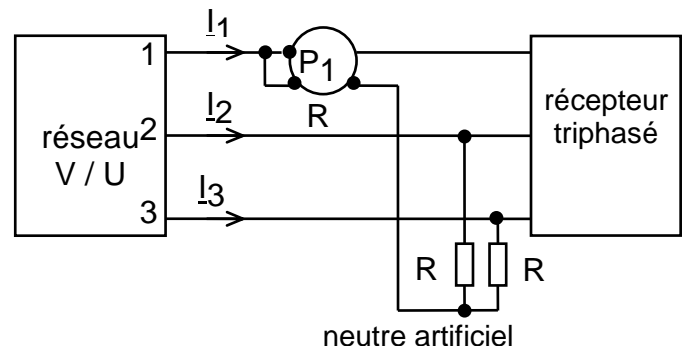
Les wattmètres mesurent

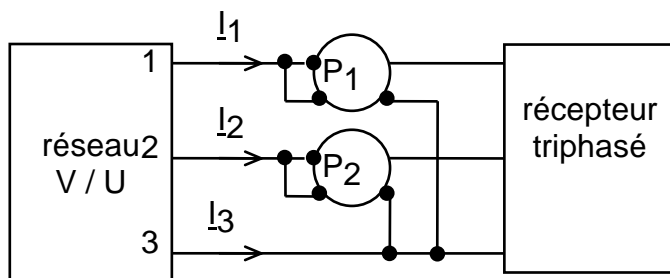
$$P_1 = \vec{V}_1 \cdot \vec{I}_1 = V_1 \cdot I_1 \cdot \cos(\angle(\vec{V}_1, \vec{I}_1)), \text{ (} \cdot \text{ est l'opérateur " produit scalaire ")}$$

$$P_2 = \vec{V}_2 \cdot \vec{I}_2 = V_2 \cdot I_2 \cdot \cos(\angle(\vec{V}_2, \vec{I}_2)),$$

$$P_3 = \vec{V}_3 \cdot \vec{I}_3 = V_3 \cdot I_3 \cdot \cos(\angle(\vec{V}_3, \vec{I}_3)), \text{ alors } P = P_1 + P_2 + P_3.$$

Si le neutre n'est pas accessible, on réalise un **neutre artificiel** avec la résistance R du circuit tension et deux résistances R.



c) La méthode des deux wattmètres

$$P = P_1 + P_2$$

démonstration :

$$P = \vec{V}_1 \cdot \vec{I}_1 + \vec{V}_2 \cdot \vec{I}_2 + \vec{V}_3 \cdot \vec{I}_3 \text{ et comme } \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = 0$$

$$\text{on peut écrire que } P = \vec{V}_1 \cdot \vec{I}_1 + \vec{V}_2 \cdot \vec{I}_2 + \vec{V}_3 \cdot \vec{I}_3 - \vec{V}_3 (\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3)$$

donc en développant et en mettant \vec{I}_1 et \vec{I}_2 en facteur,

$$P = (\vec{V}_1 - \vec{V}_3) \cdot \vec{I}_1 + (\vec{V}_2 - \vec{V}_3) \cdot \vec{I}_2$$

$$\text{et finalement } P = U_{13} \cdot \vec{I}_1 + U_{23} \cdot \vec{I}_2 \Rightarrow \boxed{P = P_1 + P_2}$$

annexe 1 : Relations complémentaires en triphasé équilibré :

$$\text{on vérifie que } \begin{cases} P_1 = U.I \cos \left(\varphi - \frac{\pi}{6} \right) \\ P_2 = U.I \cos \left(\varphi + \frac{\pi}{6} \right) \end{cases} \text{ alors } P_1 - P_2 = U.I \left[\cos \left(\varphi - \frac{\pi}{6} \right) - \cos \left(\varphi + \frac{\pi}{6} \right) \right]$$

En utilisant la relation trigonométrique $\cos a - \cos b = 2 \sin \left(\frac{a+b}{2} \right) \sin \left(\frac{b-a}{2} \right)$

on aboutit à

$$P_1 - P_2 = 2 U.I \sin \left(\frac{\varphi - \frac{\pi}{6} + \varphi + \frac{\pi}{6}}{2} \right) \sin \left(\frac{\varphi + \frac{\pi}{6} - \varphi + \frac{\pi}{6}}{2} \right) = U.I \sin \varphi$$

$$\Rightarrow \boxed{Q = \sqrt{3} \cdot (P_1 - P_2)} .$$

Connaissant P et Q,

on calcule $\cos \varphi$ en écrivant que $\tan \varphi = \frac{P_1 + P_2}{\sqrt{3} \cdot (P_1 - P_2)}$ et $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}}$.

$$P_1 = U.I \cos \left(\varphi - \frac{\pi}{6} \right)$$

$$\text{et } P_2 = U.I \cos \left(\varphi + \frac{\pi}{6} \right)$$

permettent de connaître le signe des puissances mesurées par chaque wattmètre suivant la valeur de φ :

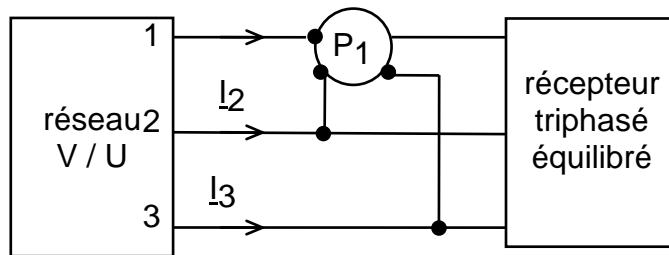
charge	capacitive			inductive		
φ	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	0	$+\frac{\pi}{3}$	$+\frac{\pi}{2}$	
signe de P_1	-	-	0	+	+	+
signe de P_2	+	+	+	+	+	0

constatons que le second wattmètre indique une valeur négative pour des charges fortement inductives

$$\varphi > +\frac{\pi}{3} \Rightarrow \cos \varphi < 0,5$$

c'est le cas des moteurs asynchrones tournant à vide.

Il suffit alors d'inverser le branchement du circuit tension du second wattmètre.

Annexe 2 : Mesurage de Q avec un seul wattmètre en triphasé équilibré :

$$P_1 = \vec{U}_{23} \cdot \vec{I}_1 = U I \cos(\vec{I}_1, \vec{U}_{23}) = U I \cos(\varphi - \frac{\pi}{2}) = U I \sin \varphi \Rightarrow \boxed{Q = \sqrt{3} P_1}$$

