5.1. la puissance instantanée p(t) = u(t).i(t) consommée par un dipôle

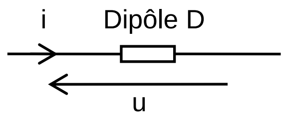
Prenons un dipôle D

exemple : D a une impédance **Z = 1500 Ω à 50 Hz**

et introduit un déphasage de **φ = + 45°.**

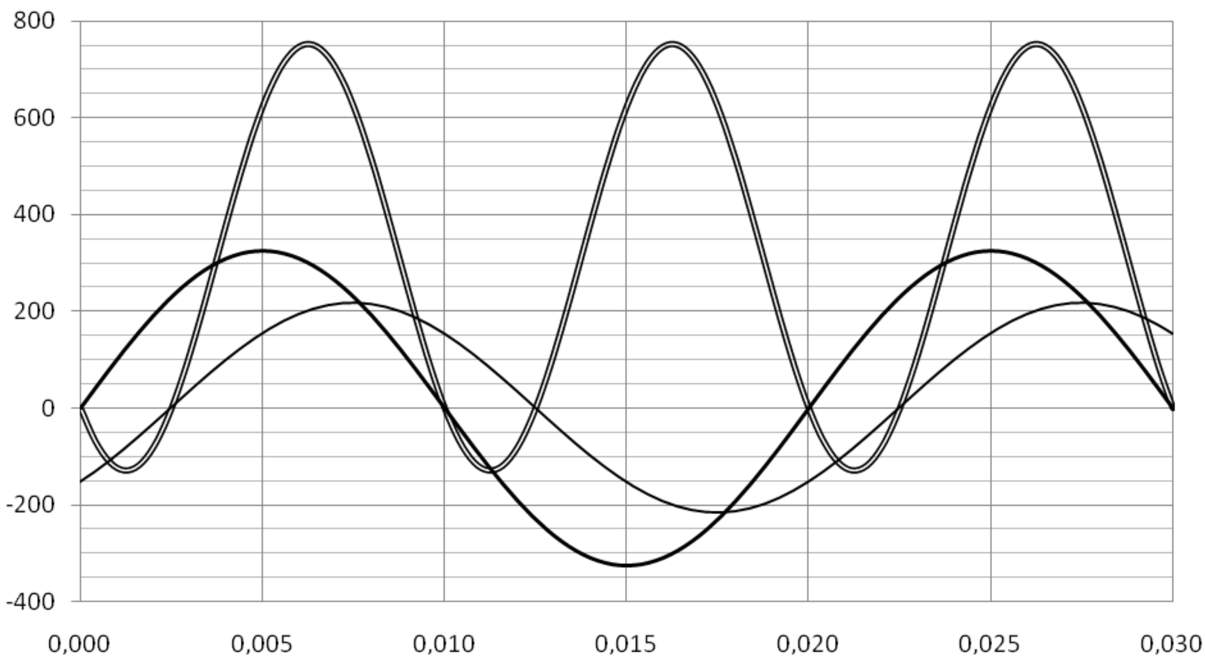
On lui applique à D une tension sinusoïdale **$u(t) = U\sqrt{2}\ \sin \omega t$.**

exemple : la tension du secteur : U = 230 V, 50 Hz



D est alors traversé par un courant **$i(t) = I\sqrt{2}\ \sin(\omega t - \varphi)$.**

exemple : $i(t) = \frac{230}{1500}\sqrt{2}\ \sin(\omega t - \frac{\pi}{4})$ où $\frac{230}{1500}\sqrt{2} = 0{,}092\sqrt{2} = 217$ mA



échelles en ordonnée U ➔ 50V / div ;
I ➔ 50 mA / div ;
P ➔ 4 W / div

$u(t) = U\sqrt{2}\ .\ \sin(\omega t)$ et $i(t) = I\sqrt{2}\ \sin(\omega t - \varphi)$

d'où l'expression de la **puissance instantanée**

$p(t) = u(t).i(t) = u(t) = U\sqrt{2}\ .\ \sin(\omega t)\ .\ I\sqrt{2}\ \sin(\omega t - \varphi) = 2\ U\ .\ I\ .\ \sin(\omega t)\ .\ \sin(\omega t - \varphi)$

Comme $\sin A\ .\ \sin B = ½\ [\ \cos(A-B) - \sin(A+B)\ ]$,

où $A - B = (\omega t) - (\omega t + \varphi) = -\varphi$ et $A + B = (\omega t) + (\omega t - \varphi) = 2\omega t - \varphi$

il vient **$p(t) = U\ I \cos\varphi\ - UI \sin(2\omega t - \varphi)$**

exemple : $p(t) = 230x\frac{230}{1500}\ x \cos 45 - 230x\frac{230}{1500}\ \sin(2\omega t + \frac{\pi}{4}) = 25{,}0 - 35{,}3 \sin(2\omega t + \frac{\pi}{4})$

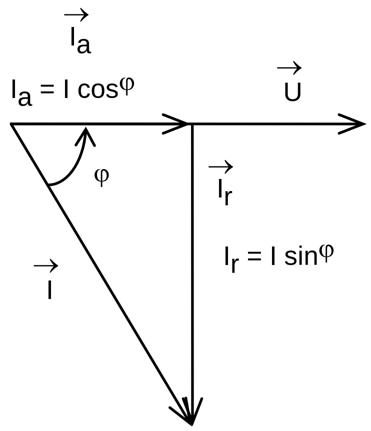
$UI \cos\varphi = 25{,}0$ est un terme constant correspondant bien à la valeur moyenne de p(t) puisque le second terme $- U\ I \sin(2\omega t - \varphi)$ est alternatif.

La puissance moyenne P est donc $\boxed{P = \langle p(t) \rangle = UI\cos\varphi}$

Le second terme de p(t) est $p_f = -UI\sin(2\omega t - \varphi)$. Il a une fréquence double de la fréquence de u et i. Il est appelé **puissance fluctuante**.

p > 0 : le dipôle reçoit de l'énergie électrique ➔ il est **récepteur**
p < 0 : le dipôle fournit de l'énergie électrique ➔ il est **générateur**
il restitue de l'énergie.

5.2.le courant actif ia et le courant réactif ir



Pour les graphiques, prenons, comme précédemment pour la puissance p, d'un courant sinusoïdal i en retard sur la tension u.

On peut toujours décomposer un courant i sinusoïdal représenté par le vecteur $\vec{I}$ en deux courant i_a représenté par $\vec{I_a}$ et i_r représenté par $\vec{I_r}$. Ils vérifient $\vec{I} = \vec{I_a} + \vec{I_r}$ avec $\vec{I_a}$ en phase avec u et $\vec{I_r}$ en quadrature avec u.

i_a est appelé **le courant actif** et i_r est appelé **le courant réactif**

i_a est appelé **le courant actif** : en effet, virtuellement on peut s'imaginer que le courant i se partage en deux courants i_a et i_r, pour aller dans deux dipôles. Le dipôle traversé par i_a est un élément purement résistif car i_a est en phase avec u.

i_r est appelé **le courant réactif** : il est en quadrature avec u. Le dipôle imaginaire traversé par i_r est une inductance ou un condensateur.

exemple : $I = \dfrac{230}{1500} = 0{,}153$ A

$I_a = I\cos\varphi = 0{,}153 \times \cos 45° = 0{,}108$ A

$I_r = I\sin\varphi = 0{,}153 \times \sin 45° = 0{,}108$ A

5.3. la puissance active P ou puissance moyenne

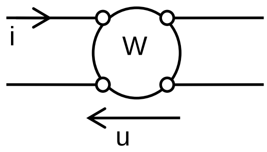
L'intensité efficace de i_a vaut $I_a = I \cos \varphi$ donc correspond à la puissance moyenne

$$\boxed{P = \langle p(t) \rangle = UI \cos \varphi}$$

Elle correspond à de la chaleur ou de l'énergie mécanique, son unité est **le watt (W)**.

exemple : $P = UI \cos \varphi = 230 \times \frac{230}{1500} \times \cos 45° = 25{,}0$ W

L'appareil mesurant la puissance active P est **le wattmètre** .



symbole du wattmètre

L'appareil à aiguille est un galvanomètre à cadre mobile.
*Le cadre en série avec une résistance R forme **le circuit tension** traversé par $\frac{u}{R}$.*

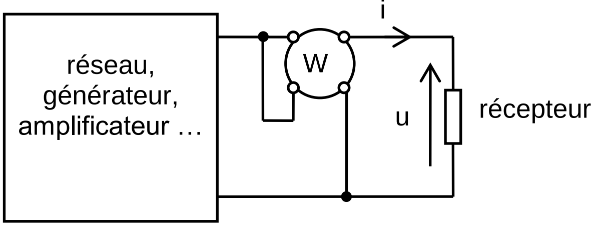
*Ce cadre est placé dans un champ magnétique produit par une bobine traversée par le courant i : c'est **le circuit courant** .*

L'aiguille est déviée d'un angle proportionnel au produit u.i.

*Si u et i sont **continus**, l'aiguille indique P = u.i.*
*Si u et i sont **variables**, la puissance instantanée ui étant fluctuante à une fréquence de 100 Hz si u et i sont à 50 Hz, l'aiguille, du fait de son inertie mécanique, dévie d'un angle proportionnel à la **valeur moyenne de ui.***
Elle indique $P = U I \cos \varphi$ en régime sinusoïdal.

Mesure de P consommée par un récepteur.

C'est le montage amont qui est représenté.



5.4. la puissance réactive Q

L'intensité efficace de i_r le courant réactif vaut $I_r = I \sin \varphi$ donc correspond à une puissance $\boxed{\mathbf{Q = UI \sin \varphi}}$ qu'on appelle comme le courant : puissance réactive.

Elle ne correspond pas à une réalité physique ; elle est utilisé par l'EDF pour facturer des pertes qui ne sont par mesurée par P.

Son unité est **le volt ampère réactif** et son symbole est **var** en minuscules.

exemple : $P = UI \cos \varphi = 25{,}0$ W

$Q = UI \sin \varphi = 230 \times \dfrac{230}{1500} \times \sin 45° = 25{,}0$ var

5.5. la puissance apparente S

Le produit des valeurs efficaces de la tension et du courant $\boxed{\mathbf{S = UI}}$ ne correspond qu'à un produit et n'a pas d'autre réalité physique que le produit des mesures de U_{eff} et de I_{eff}.
C'est la puissance **apparente**.

Son unité est **le volt ampère** et son symbole est **VA**.

Sa valeur est utilisée dans certains calculs et pour **désigner le produit des valeurs nominales U_n et I_n de générateurs** comme le transformateur et l'alternateur où le cos φ, donné par la charge ne peut pas être connu par le fabricant.

exemple : $S = UI = 230 \times \dfrac{230}{1500} = 230 \times 0{,}153 = 35{,}3$ VA

5.6. le théorème de Boucherot

La **puissance active totale P_{tot}** consommée par une installation (ou un circuit) est égale à la somme des puissances actives consommées par chaque appareil (ou par chaque dipôle du circuit) :

$$P_{tot} = P_1 + P_2 + P_3 + \dots \ .$$

La **puissance réactive totale Q** consommée par une installation (ou un circuit) est égale à la somme des puissances réactives consommées par chaque appareil (ou par chaque dipôle du circuit) :

$$Q_{tot} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots \ .$$

Par contre, la **puissance apparente** vaut alors $\mathbf{S = \sqrt{P_{tot}^2 + Q_{tot}^2}}$

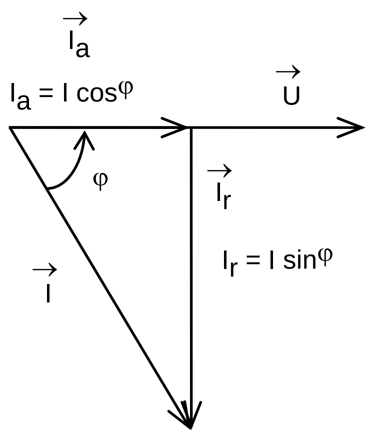
Ce théorème est utilisé en électrotechnique pour déterminer **le courant absorbé** par une installation.

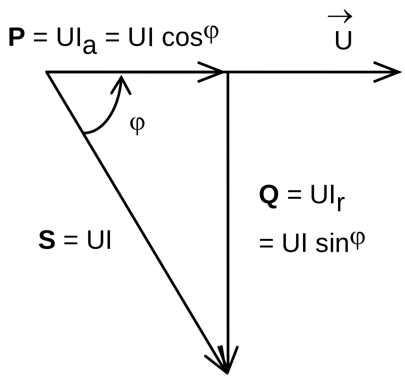
La méthode est la suivante :
1 - on calcule la puissance active totale P_{tot}
2 - on calcule les puissances réactives connaissant le facteur de puissance cos φ :$Q = P\tan\varphi$
3 - on en déduit $S = \sqrt{P_{tot}^2 + Q_{tot}^2}$ puis $I = \dfrac{S}{U}$ (ou $\dfrac{S}{U\sqrt{3}}$ en triphasé)

Le triangle des puissances

Il est obtenu à partir du triangle des courants actif $i_a = I\cos\varphi$ et réactif $i_r = I\sin\varphi$.

En multipliant chaque vecteur par U on trouve les trois puissances P, Q et S.





triangle des puissances

5.7. puissances consommées par les dipôles élémentaires en régime sinusoïdal

Les tensions et courants sont les valeurs efficaces
des tensions aux bornes des dipôles désignés et des courants qui les traversent .

la résistance d'impédance $\underline{Z}_R = R$

R consomme $P_R = R.I_R^2 = \frac{U_R^2}{R}$ et $Q_R = 0$ var

R ne consomme pas de puissance réactive, transformant P_R en chaleur

l'inductance d'impédance $\underline{Z}_L = jL\omega$

une inductance L consomme $P_L = 0$ W et $Q_L = L\omega \,.\, I_L^2 = \frac{U_L^2}{L\omega}$

L absorbe uniquement de l'énergie réactive

le condensateur d'impédance $\underline{Z}_C = \frac{1}{C\omega}$

un condensateur C consomme $P_C = 0$ W et $Q_C = \mathbf{-}\, C\omega \,.U_C^2 = \mathbf{-}\, \frac{I_C^2}{C\omega}$

C restitue de l'énergie réactive.

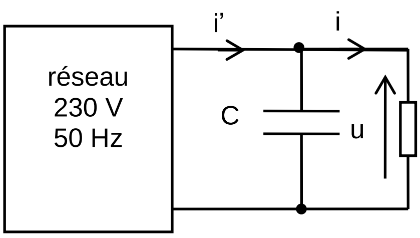
5.8. le facteur de puissance **$k = \frac{P}{S}$** ; il vaut **cos** φ en régime sinusoïdal

Comme un condensateur restitue de l'énergie réactive, on utilise un condensateur pour relever **le facteur de puissance $k = \frac{P}{S}$ d'une installation.**

EDF demande, pour limiter les pertes dans les lignes de transport de l'énergie électrique du réseau,
que tan $\varphi' < 0,4$.
L'entreprise se voit facturer en plus des kWh, les kvarh excédants, suivant l'abonnement souscrit.

Le calcul de la capacité C du condensateur branché en parallèle donne :

$$C = \frac{P\,(\tan\varphi - \tan\varphi')}{U^2\,\omega} .$$



installation, machines, lampes néon, etc. …